

**DÉVELOPPEMENT ET MISE EN ŒUVRE D'UN MODÈLE NUMÉRIQUE  
POUR L'ANALYSE DU TRANSFERT COUPLÉ D'AIR, DE CHALEUR  
ET D'HUMIDITÉ DANS LES ENVELOPPES DE BÂTIMENTS**

**DEVELOPMENT AND IMPLEMENTATION OF NUMERICAL MODEL  
FOR ANALYSING COUPLED HEAT, AIR AND MOISTURE  
TRANSFER IN BUILDING ENVELOPES**

**MALIKI Mustapha<sup>1</sup>, BENDANI Karim<sup>1</sup>,  
LAREDJ Nadia<sup>1</sup>, HASSAN Naji<sup>2,3</sup>  
& MISSOUM Hanifi<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>Laboratoire Construction, Transport et Protection de l'Environnement (LCTPE),  
Université Abdelhamid Ibn Badis de Mostaganem, Algérie

<sup>2</sup>Laboratoire Genie Civil & Géo-Environnement (LGCgE-EA 4515), U. Artois/FSA Bethune,  
F-62400 Bethune, France

<sup>3</sup>Universite Lille Nord de France, F-59000 Lille, France

e-mail : mus27000@yahoo.fr

**RÉSUMÉ** : Les matériaux de construction sont généralement considérés comme étant des milieux poreux. Les variations temporelles climatiques intérieures et extérieures auxquelles peuvent être soumis ces matériaux induisent un transfert de chaleur et d'humidité à travers les parois de bâtiments ainsi qu'au sol de fondation. Dans cet article, un modèle mathématique intégrant le transfert couplé d'air, de chaleur et d'humidité dans les milieux poreux est développé et validé en s'appuyant sur un exemple de référence. Le but recherché est de déterminer les déperditions énergétiques. La pression capillaire est considérée comme potentiel d'humidité et incluse, à la fois, le transport de l'eau dans ses phases vapeur et liquide. L'implémentation de fonctions à base d'équations aux dérivés partielles (PDE) permet de convertir certaines propriétés mesurables du milieu poreux en coefficients dépendants de la pression capillaire et de la température. Les résultats ainsi obtenus sont comparés à d'autres disponibles dans la littérature.

**Mots-Clés** : air, humidité, température, milieux poreux, simulation.

**ABSTRACT** : Building materials are generally considered as porous media. The internal and external climatic temporal variations to which can be subjected these materials lead to the transfer of heat and humidity through the walls of buildings and the ground of foundation. In this article, a mathematical model integrating the coupled heat, air and moisture transfer in porous materials is afterward developed and validated by using a reference example. The purpose is to determine the energy decreases. The capillary pressure is considered as potential to include, simultaneously, the transport of water in its phases vapor and liquid. The implementation of functions based on partial differential equations (PDE) allows us to convert certain measurable properties of the porous material in coefficients dependent on the capillary pressure and temperature. The results so obtained are compared with others available.

**Key-Words**: air, moisture, temperature, porous media, simulation.

## 1. Introduction

Bien souvent, l'enveloppe d'un bâtiment est soumise à un chargement climatique aléatoire sur la surface extérieure et une condition relativement stable sur sa face intérieure. Ces chargements génèrent un transport de chaleur, d'air et d'humidité à travers la structure. La direction du flux de ces entités dépend du gradient du potentiel directeur relatif à chaque entité.

À ces variations temporelles du chargement externe dû aux conditions climatiques changeantes, s'ajoutent les caractéristiques thermiques et celles liées au stockage d'humidité des couches constituant la paroi. Cette association rend le transport de chaleur et d'humidité dans l'enveloppe de bâtiment transitoire et relativement complexe.

Le phénomène complexe incluant les processus dynamiques séchage-humidification de la composante de l'enveloppe de bâtiment peuvent être représentés par des modèles numériques. Ainsi, des modèles hygrothermiques sont utilisés pour évaluer la performance d'un mur exposé aux conditions climatiques dans des lieux géographiquement différents [9, 10, 11].

Le modèle présenté ici fait partie de la classe récemment émergente des modèles de transfert couplé et qui sont mis en œuvre via des logiciels commerciaux pour résoudre des problèmes multi-physiques propres aux bâtiments [5, 7].

Il convient de noter que ces modèles sont plus clairs et flexibles pour de futures extensions (par exemple pour les simulations 2D et/ou 3D), car permettant l'ajout de nouvelles fonctionnalités, ainsi qu'une intégration aisée avec d'autres modèles existants.

## 2. Modélisation mathématique du transfert couplé

Dans le transfert couplé, le transport d'humidité dans les matériaux de construction se présente sous deux phases distinctes : liquide et vapeur. Le flux de vapeur est séparé en deux parties dites diffusion et convection. En effet, le flux diffusif de vapeur est engendré par le gradient de pression de vapeur et la conductivité correspondante représente la perméabilité de la vapeur. Le flux convectif de

vapeur est le flux de vapeur transporté par l'air en mouvement, [11].

La modélisation du transfert en phase vapeur par le gradient de pression capillaire comme potentiel conducteur et la perméabilité du liquide comme conductivité de transfert d'humidité est devenue l'approche la plus appropriée et la plus utilisée dans ce type de modélisations, [1].

Les équations régissant le transfert couplé dans les matériaux de construction sont basées sur le principe de la conservation du transport combiné de chaleur et d'humidité d'un volume élémentaire représentatif (VER).

### 2.1. Equation de conservation de transfert d'humidité

La teneur en humidité étant le moteur de transfert, sa distribution peut être décrite via l'équation suivante:

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \nabla \cdot (\delta_p \nabla p_v - K_l \nabla P_c) - v \cdot \nabla \rho_v + F_m \quad (1)$$

où  $w$  ( $\text{kg/m}^3$ ) est la teneur en humidité,  $t$  (s) est le temps,  $\delta_p$  ( $\text{kg/m.s.Pa}$ ) est la perméabilité de la vapeur d'eau,  $p_v$  (Pa) est la pression partielle de vapeur d'eau,  $K_l$  (s) est la perméabilité de l'eau liquide,  $P_c$  (Pa) est la pression capillaire,  $v$  (m/s) est la vitesse de l'air,  $\rho_v$  ( $\text{kg/m}^3$ ) est la densité de la vapeur d'eau et  $F_m$  est la source d'humidité.

### 2.2. Equation de conservation de transfert de chaleur

Les principaux mécanismes qui régissent le transfert de chaleur sont la conduction thermique et la convection due au mouvement de l'air et à la chaleur latente. Dans le présent travail, la prédiction de la distribution du champ thermique est basée sur la résolution de l'équation de conservation de la chaleur suivante:

$$(c_p \rho + c_{p,l} w) \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla (\lambda \nabla T) + L_v \nabla (\delta_p \nabla p_v) - v L_v \cdot \nabla \rho_v - v \rho_a c_{p,a} \cdot \nabla T + F_h \quad (2)$$

où  $c_p$  (J/kg.K) est la chaleur spécifique du matériau sec,  $\rho$  (kg/m<sup>3</sup>) est la densité sèche du matériau,  $c_{p,l}$  (J/kg.K) est la chaleur spécifique de l'eau liquide,  $T$  (K) est la température,  $\lambda$  (W/m.K) est la conductivité thermique,  $L_v$  (J/kg) est la chaleur latente d'évaporation,  $\rho_a$  (kg/m<sup>3</sup>) est la densité de l'air sec,  $c_{p,a}$  (J/kg.K) est la chaleur spécifique de l'air sec, et  $F_h$  (W/m<sup>3</sup>) est la source de chaleur.

### 2.3. Modélisation mathématique des équations de conservation

Dans la présente approche, nous avons transformé les variables dépendant de l'humidité Eq. (1) et (2) en une seule et unique variable d'humidité, dite pression capillaire  $P_c$ .

La relation entre la pression partielle de vapeur d'eau et l'humidité relative est exprimée par :

$$p_v = \phi P_{sat} \quad (3)$$

où  $\phi$  est l'humidité relative, et  $R_v$  (Pa) la pression de saturation de la vapeur d'eau.

La relation entre l'humidité relative et la pression capillaire est donnée par la loi de Kelvin :

$$\phi = \exp\left(\frac{-P_c}{\rho_l R_v T}\right) \quad (4)$$

où  $\rho_l$  (kg/m<sup>3</sup>) est le poids volumique de l'eau et  $R_v$  (J/kg.K) est la constante des gaz parfaits pour la vapeur d'eau.

Il en découle que les équations de conservation du transfert combiné de chaleur et d'humidité peuvent être réécrites sous forme de coefficients, et ce en prenant la température comme variable indépendante pour le transfert de chaleur et la pression capillaire comme variable indépendante pour le transfert d'humidité, comme illustré en Eq. (5) et (6)

$$C_T \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla (C_{11} \nabla T + C_{12} \nabla P_c) + v (D_{11} \nabla T + D_{12} \nabla P_c) + F_h \quad (5)$$

$$\delta \frac{\partial P_c}{\partial t} = \nabla (C_{21} \nabla T + C_{22} \nabla P_c) + v (D_{21} \nabla T + D_{22} \nabla P_c) + F_m \quad (6)$$

avec :

$$C_T = c_p \rho + c_{p,l} w ; \Omega = \left| \frac{\partial w}{\partial P_c} \right|, \Omega \text{ étant la capacité de stockage d'humidité, définie par la pente de la}$$

courbe de rétention d'eau.

Les équations (5) et (6) peuvent être écrites sous la forme matricielle suivante :

$$d_a \begin{bmatrix} \frac{\partial T}{\partial t} \\ \frac{\partial P_c}{\partial t} \end{bmatrix} = \nabla \left( C \nabla \begin{bmatrix} T \\ P_c \end{bmatrix} \right) + \beta \cdot \nabla \begin{bmatrix} T \\ P_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_h \\ F_m \end{bmatrix} \quad (7)$$

où les matrices d'amortissement ( $d_a$ ), de diffusion ( $C$ ) et de convection ( $\beta$ ) sont respectivement définies par:

$$d_a = \begin{bmatrix} C_T & 0 \\ 0 & \Omega \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda + L_v \delta_p \phi P'_{sat} & -\frac{L_v \delta_p \phi P'_{sat}}{\rho_l R_v T} \\ -\delta_p \phi P'_{sat} & K_1 + \frac{\delta_p \phi P'_{sat}}{\rho_l R_v T} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$P'_{sat} = \partial P_{sat} / \partial T$  étant la dérivée de la pression de saturation de la vapeur d'eau.

$$\beta = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\left(\rho_a c_{p,a} + L_v \frac{\partial \rho_v}{\partial T}\right) & -\frac{L_v \phi}{\rho_l R_v T} \frac{\partial \rho_v}{\partial \phi} \\ \frac{\partial \rho_v}{\partial T} & -\left(\frac{\phi}{\rho_l R_v T} \frac{\partial \rho_v}{\partial \phi}\right) \end{bmatrix} \quad (10)$$

où  $F_h$  et  $F_m$  représentent, respectivement, la source de chaleur et d'humidité.

Le modèle consiste donc à convertir, via MatLab, les propriétés physiques mesurables du matériau comme  $K_1$ ,  $\phi$ ,  $\delta_p$  et  $\lambda$  qui dépendent de la teneur en humidité  $w$  à travers les coefficients  $C_{11}$ ,  $C_{12}$ ,  $D_{11}$ ,  $D_{12}$ ,  $\Omega$  et  $C_T$  qui dépendent de  $P_c$  et de  $T$ .

Ceci est schématisé sur la Fig. 1.

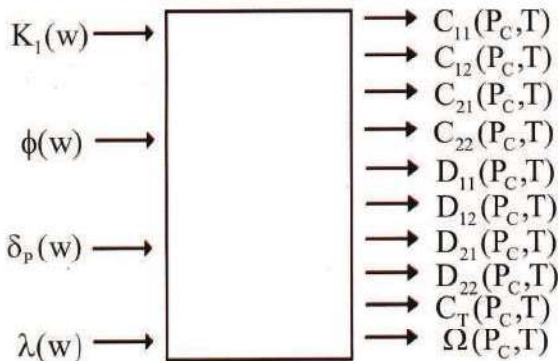


Figure 1 : Conversion des propriétés mesurables du matériau

### 3. Conditions aux limites

Les conditions aux limites extérieures des enveloppes de bâtiments peuvent être regroupées en trois catégories [6] : saturation de l'humidité, flux chaleur/humidité constant et flux chaleur/humidité traversant un film

résistant apposé à la surface extérieure. Les équations (11) et (12) sont utilisées pour décrire les conditions aux limites à l'extérieur. Tandis que pour la surface intérieure de la paroi, les conditions de température et de pression sont maintenues constantes.

#### 3.1. humidité

Le flux d'humidité à travers la surface extérieure de l'enveloppe,  $g_{n,e}$  ( $\text{kg}/\text{m}^2 \cdot \text{s}$ ), est exprimé par :

$$g_{n,e} = \beta_{p,e} (p_{v,e} - p_{\text{surf},e}) \quad (11)$$

où  $\beta_{p,e}$  ( $\text{kg}/\text{m}^2 \cdot \text{s} \cdot \text{Pa}$ ) est le coefficient de transfert de vapeur pour la face externe,  $p_{v,e}$  (Pa) est la pression de la vapeur d'eau pour l'air extérieur et  $p_{\text{surf},e}$  (Pa) est la pression de la vapeur d'eau sur la surface extérieure.

Pour la surface intérieure de la paroi, le flux d'humidité est :

$$g_{n,i} = \beta_{p,i} (p_{v,i} - p_{\text{surf},i}) \quad (12)$$

où  $\beta_{p,i}$  ( $\text{kg}/\text{m}^2 \cdot \text{s} \cdot \text{Pa}$ ) est le coefficient de transfert de vapeur pour la face intérieure,  $p_{v,i}$  (Pa) est la pression de la vapeur d'eau pour l'air intérieur et  $p_{\text{surf},i}$  (Pa) est la pression de la

vapeur d'eau sur la surface intérieure.

**3.2. Chaleur**

Le flux de chaleur à travers la surface extérieure,  $q_{n,e}$  ( $W/m^2$ ), incluant les effets de conduction, de convection et du flux de chaleur latente dû au transfert de vapeur, est exprimé par :

$$q_{n,e} = \alpha_e (T^{eq} - T_{surf,e}) + L_v \beta_{p,e} (p_{v,e} - p_{surf,e})$$

où  $\alpha_e$  ( $W/m^2.K$ ) est le coefficient de transfert convectif de chaleur pour la surface extérieure,  $T^{eq}$  (K) est la température équivalente de l'air extérieure et  $T_{surf,e}$  (K) est la température de la surface extérieure.

Le transfert de chaleur à travers la surface intérieure de la paroi du bâtiment,  $q_{n,i}$  ( $W/m^2$ ), est donné par :

$$q_{n,i} = \alpha_i (T_i - T_{surf,i}) + L_v \beta_{p,i} (p_{v,i} - p_{surf,i}) \quad (14)$$

établis dans le cadre du programme communautaire européen HAMSTAD (Heat, Air and Moisture STAndarDization), [3, 4]

L'exemple donné ci-dessous (Fig. 2), représente un plancher isolé considéré comme unidimensionnel. L'isolation thermique est placée vers l'intérieur et une barrière étanche est posée sur la face extérieure. La structure est supposée comme étant parfaitement étanche.

**4.1. Conditions initiales**

Pour l'élément porteur :  $w = 145 kg/m^3, T = 10^\circ C$

Pour l'isolant :  $w = 0.065 kg/m^3, T = 10^\circ C$

**4.2. Conditions aux limites**

- Pour la chaleur et l'humidité, un fichier de données fournit les valeurs horaires pour une période s'étalant sur une année. Pour les temps intermédiaires, les valeurs sont obtenues par interpolation.
- les températures équivalentes extérieures

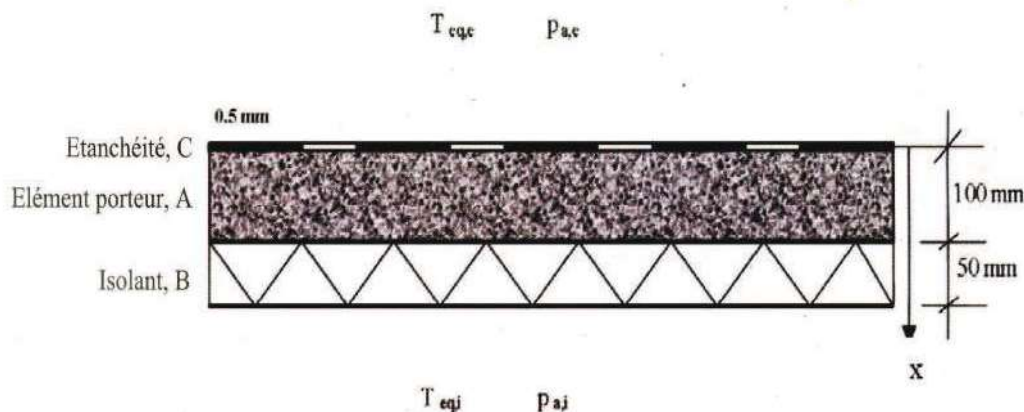


Figure 2 : schéma de la structure analysée

où  $\alpha_i$  ( $W/m^2.K$ ) est le coefficient de transfert convectif de chaleur pour la surface intérieure,  $T_i$  (K) est la température de l'air intérieure et  $T_{surf,i}$  (K) est la température de la surface intérieure.

**4. Validation du modèle**

En vue de valider l'approche mathématique adoptée dans cet article, nous nous appuyons sur un exemple de référence. Ce dernier est issu d'une série de cinq cas tests

intègrent à la fois la température de l'air ambiant et l'échange de radiation ;

- aucune différence de pression n'est prise en considération ;
- les coefficients de transfert surfaciques sont donnés par :

$$\alpha_{e,e} = 25 W / m^2.K, \alpha_{e,i} = 7 W / m^2.K,$$

$$\beta_{p,e} = 0 s / m, \beta_{p,i} = 2.10^{-8} s / m$$

La simulation numérique a été réalisée par le biais du logiciel multi-physiques

COMSOL V3.5 [2], les résultats obtenus sont les suivants :

- la pression capillaire  $P_c$  dans l'espace et le temps pour l'élément porteur A, et l'isolation B.
- La température  $T(x,t)$  ;
- la masse totale d'humidité  $M(\text{kg}/\text{m}^2)$  dans chaque couche ;

- le flux de chaleur  $q$  ( $\text{W}/\text{m}^2$ ) traversant la structure à partir de l'intérieur.

Le modèle simule, sur une période d'une année, les distributions de la pression capillaire  $P_c$  et la température  $T$ . Un résultat type de la distribution de la température dans l'élément porteur et l'isolant est montré sur la Fig. 3.

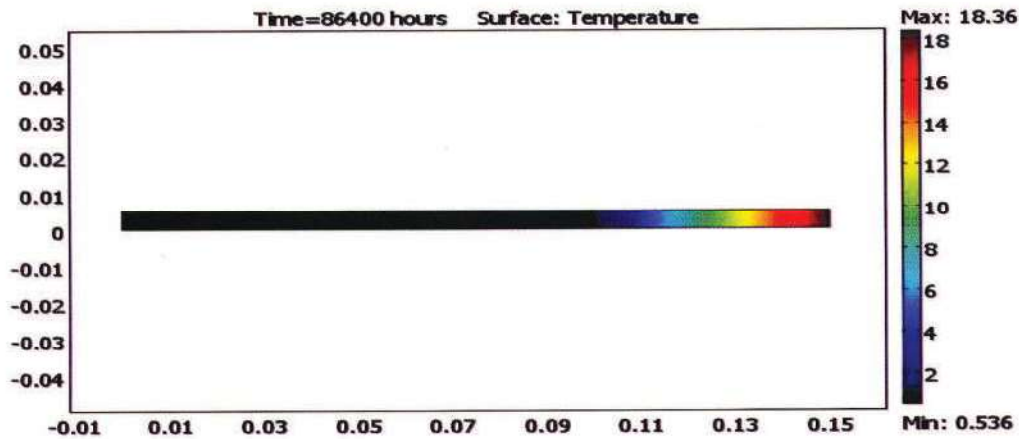


Figure 3 : Distribution type de la température (fin du cycle)

#### 4.3. comparaison des résultats

##### • Humidité

La teneur totale en humidité peut être aisément calculée à partir de la distribution de la pression capillaire  $P_c$  en utilisant les propriétés du matériau. La Fig. 4 représente la fluctuation de la teneur totale en humidité dans la couche isolante

durant la première année. Le résultat de la simulation numérique est tout à fait satisfaisant.

Les quelques pics qui apparaissent sont dus probablement à une instabilité numérique.

Il convient de noter que l'erreur moyenne enregistrée reste faible et elle est de l'ordre de 1,65%.

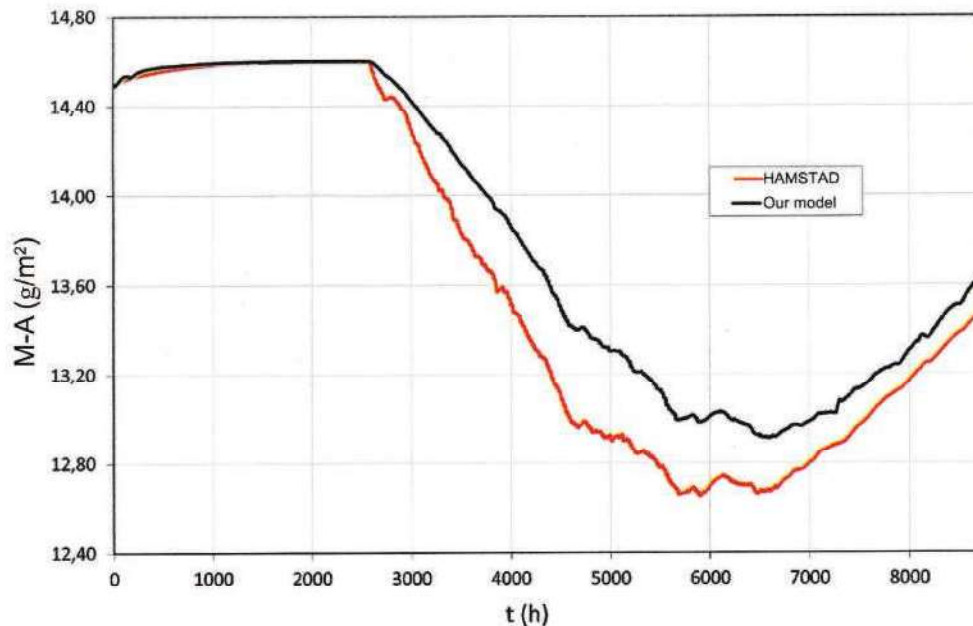


Figure 4 : Variation de la teneur totale en humidité dans l'élément porteur

### • Chaleur

La Fig. 5 représente le flux de chaleur traversant la structure à partir de l'intérieur durant les 500 premières heures. On constate que l'allure du graphe obtenu par simulation est très proche de celle du cas test pris comme référence.

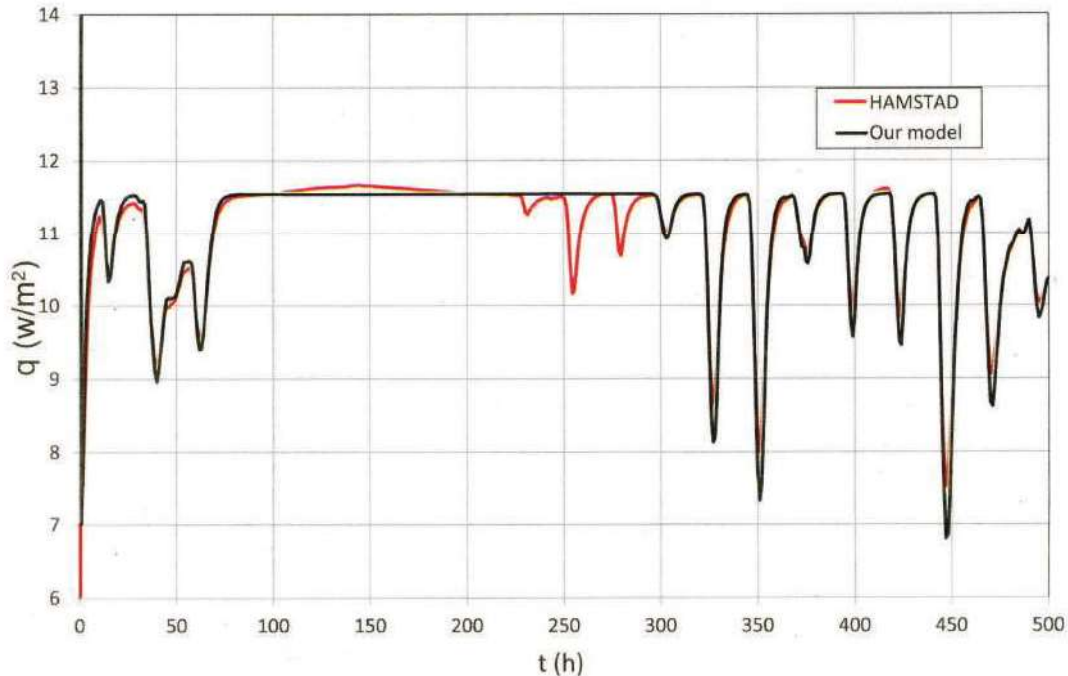


Figure 5 : Flux de chaleur traversant la structure en partant de l'intérieur

### 5. Conclusion

Dans cet article, un modèle mathématique intégrant le transfert couplé d'air, de chaleur et d'humidité dans les milieux poreux a été développé et validé. Son but est de coupler les processus de transfert de chaleur et d'humidité dans les enveloppes de bâtiments.

Un outil de simulation numérique a été établi en vue d'étudier la performance hygrothermique des parois. Cet outil permet de simuler le transfert couplé d'humidité, d'air et de chaleur dans les enveloppes multicouches des constructions. Les charges climatiques peuvent être extraites à partir des données météorologiques d'une région donnée. Le modèle est validé sur la base d'un cas test ; pour cela, le logiciel COMSOL a été utilisé comme interface (pré & post-processing) pour reproduire les résultats du mécanisme de transport couplé. Ainsi, le modèle peut être aisément étendu et appliqué à d'autres configurations, et les déperditions énergétiques peuvent être simulées.

### 6. Références bibliographiques

- [1] Carmeliet, J., Hens, H., Roels, S., Adan, O., Brocken, H., Cerny, R. and al., *Determination of the liquid water diffusivity from transient moisture transfer experiments.*, Journal of Thermal Envelope and Building Science, vol. 27, pp. 277-305, 2004.
- [2] Comsol-Multiphysics. Available from: <<http://comsol.com/>>; 2008.
- [3] Hagentoft, C-E., *HAMSTAD - Final report: Methodology of HAM-modeling.*, Report R-02:8. Gothenburg, Department of Building Physics, Chalmers University of Technology, 2002.
- [4] Hagentoft, C-E., Kalagasidis, A., Adl-Zarrabi, B., Roels, S., Carmeliet, J., Hens, H., Grunewald, J., Funk, M., Becker, R., Shamir, D., Adan, O., Brocken, H.,

- Kumaran, K. and Djebbar, R., *Assessment Method of Numerical Prediction Models for Combined Heat, Air and Moisture Transfer in Building Components: Benchmarks for One-dimensional Cases.*, Journal of Thermal Envelope and Building Science. Vol. 27 (4), pp. 327-352, 2004.
- [5] Kalagasidis, A., *HAM-Tools: An Integrated Simulation Tool for Heat, Air and Moisture Transfer Analysis in Building Physics.*, Ph.D. Thesis, Chalmers University of Technology, Sweden, 2004.
- [6] Kunzel, HM., *Simultaneous heat and moisture transport in building components: one and two-dimensional calculation using simple parameters*, Doctoral thesis. Germany: Institute of Building Physics, 1995.
- [7] Qinru, L., Jiwu, R. and Paul, F., *Development of HAM tool for building envelope analysis.*, Building and Environment, Ed. Elsevier, vol. 44, pp. 1065-1073, 2009.
- [8] Schijndel, A.W.M. van, *Integrated Heat Air and Moisture Modeling and Simulation.*, Ph.D. Thesis, Eindhoven University, Eindhoven, The Netherlands, 2007.
- [9] Tariku, F., Cornick, S. and Lacasse, M., *Simulation of Wind-Driven Rain Effects on the Performance of a Stucco-Clad Wall.*, Proceedings of Thermal Performance of the Exterior Envelopes of Whole Buildings X International Conference. Dec. 2-7, Clearwater, FL, 2007.
- [10] Tariku, F. and Kumaran, M.K., *Application of IRC's Advanced Hygrothermal Model to Assess the Role of an Air Cavity in a Drying Process.*, MEWS Consortium: Technical Report T7-02, (NRCC-44269), 1999.
- [11] Tariku, F. and Kumaran, M. K., *Hygrothermal Modeling of Aerated Concrete Wall and Comparison With Field Experiment.*, Proceeding of the 3rd International Building Physics /Engineering Conference, August 26-31, Montreal, Canada, pp. 321-328, 2006.